



LXXVII Olimpiada Matematyczna

Zadania konkursowe
zawodów stopnia pierwszego
I seria: do 13 października 2025 r.

1. Piotrek bawi się kamykami. Początkowo ma pusty stos. W i -tym ruchu jeśli może zabrać ze stosu i kamyków, to to robi, a w przeciwnym razie — dokłada na stos i kamyków. W kolejnych ruchach liczby kamyków na stosie są więc równe: 1, 3, 0, 4, 9, 3, 10, ...

Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite $n \geq 1$ o tej własności, że po n ruchach na stosie Piotrka nie ma żadnych kamyków.

2. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC . Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. Okrąg o przechodzi przez punkt I i jest styczny do prostej BC w punkcie C . Półprosta BI przecina o w punkcie $D \neq I$. Półprosta BA przecina okrąg opisany na trójkącie ADI w punkcie $E \neq A$ leżącym poza odcinkiem AB . Wykazać, że proste DE i AI przecinają się w punkcie leżącym na o .

3. Dana jest liczba całkowita $n \geq 1$ oraz liczby rzeczywiste $x_1, x_2, \dots, x_{2n+1}$. Załóżmy, że $x_i + x_{i+1} \geq 0$ dla każdego $i = 1, 2, \dots, 2n + 1$ (przyjmujemy $x_{2n+2} = x_1$). Wykazać, że

$$|x_1| + |x_2| + \dots + |x_{2n+1}| \leq (2n + 1)(x_1 + x_2 + \dots + x_{2n+1}).$$

4. Dane są dodatnie liczby całkowite a, b . Załóżmy, że liczba $a^2 + ab$ jest iloczynem dwóch kolejnych liczb całkowitych. Wykazać, że jeśli $b > 1$, to

$$b \geq 1 + \sqrt{4a + 1}$$

oraz wyznaczyć wszystkie pary liczb (a, b) spełniające warunki zadania, dla których w powyższej nierówności zachodzi równość.

Rozwiązania powyższych zadań należy — po uprzedniej rejestracji — zamieścić w systemie internetowym olimpiady dostępnym pod adresem <https://om.sem.edu.pl> najpóźniej dnia

13 października 2025 r.

Rozwiązania przesłane w późniejszym terminie nie będą rozpatrywane. Każde rozwiązanie należy podpisać na pierwszej jego stronie: imieniem, nazwiskiem, adresem poczty elektronicznej oraz numerem zadania.



LXXVII Olimpiada Matematyczna

Zadania konkursowe
zawodów stopnia pierwszego
II seria: do 12 listopada 2025 r.

Zadania z II serii zostaną opublikowane dnia
29 września 2025 r.

Rozwiązania powyższych zadań należy — po uprzedniej rejestracji — zamieścić w systemie internetowym olimpiady dostępnym pod adresem <https://om.sem.edu.pl> najpóźniej dnia

12 listopada 2025 r.

Rozwiązania przesłane w późniejszym terminie nie będą rozpatrywane. Każde rozwiązanie należy podpisać na pierwszej jego stronie: imieniem, nazwiskiem, adresem poczty elektronicznej oraz numerem zadania.



LXXVII Olimpiada Matematyczna

Zadania konkursowe
zawodów stopnia pierwszego
III seria: do 1 grudnia 2025 r.

Zadania z III serii zostaną opublikowane dnia
20 października 2025 r.

Rozwiązania powyższych zadań należy — po uprzedniej rejestracji — zamieścić w systemie internetowym olimpiady dostępnym pod adresem <https://om.sem.edu.pl> najpóźniej dnia

1 grudnia 2025 r.

Rozwiązania przesłane w późniejszym terminie nie będą rozpatrywane. Każde rozwiązanie należy podpisać na pierwszej jego stronie: imieniem, nazwiskiem, adresem poczty elektronicznej oraz numerem zadania.