



LXXV Olimpiada Matematyczna

Zadania konkursowe

zawodów stopnia pierwszego

I seria: do 16 października 2023 r.

1. Dany jest trójkąt ABC . Punkt J jest środkiem okręgu stycznego do boku BC oraz do przedłużeń boków AB i AC . Punkty P, B, C, Q leżą w tej kolejności na jednej prostej, przy czym $PB = AB$ i $QC = AC$. Udowodnić, że $\sphericalangle BAC + \sphericalangle QJP = 180^\circ$.

2. Wyznaczyć wszystkie dodatnie liczby całkowite x , dla których liczba

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7$$

jest potęgą liczby pierwszej.

3. Liczby rzeczywiste x, y spełniają równość

$$x \cdot \frac{4^x - 2^y}{4^x + 2^y} = y \cdot \frac{4^y - 2^x}{4^y + 2^x}.$$

Dowieść, że $|x| = |y|$.

4. Wyznaczyć wszystkie dodatnie liczby całkowite n o następującej własności: z n prostokątów o wymiarach

$$1 \times n, 2 \times n, 3 \times n, \dots, n \times n$$

można ułożyć kwadrat.

Uwaga. Prostokąty można obracać, ale nie mogą one na siebie nachodzić.

Rozwiązania powyższych zadań należy — po uprzedniej rejestracji — zamieścić w systemie internetowym olimpiady dostępnym pod adresem <https://om.sem.edu.pl> najpóźniej dnia

16 października 2023 r.

Rozwiązania przesłane w późniejszym terminie nie będą rozpatrywane. Każde rozwiązanie należy podpisać na pierwszej jego stronie: imieniem, nazwiskiem, adresem poczty elektronicznej oraz numerem zadania.



LXXV Olimpiada Matematyczna

Zadania konkursowe
zawodów stopnia pierwszego
II seria: do 10 listopada 2023 r.

Zadania z II serii zostaną opublikowane dnia
2 października 2023 r.

Rozwiązania powyższych zadań należy — po uprzedniej rejestracji — zamieścić w systemie internetowym olimpiady dostępnym pod adresem <https://om.sem.edu.pl> najpóźniej dnia

10 listopada 2023 r.

Rozwiązania przesłane w późniejszym terminie nie będą rozpatrywane. Każde rozwiązanie należy podpisać na pierwszej jego stronie: imieniem, nazwiskiem, adresem poczty elektronicznej oraz numerem zadania.



LXXV Olimpiada Matematyczna

Zadania konkursowe
zawodów stopnia pierwszego
III seria: do 30 listopada 2023 r.

Zadania z III serii zostaną opublikowane dnia
2 listopada 2023 r.

Rozwiązania powyższych zadań należy — po uprzedniej rejestracji — zamieścić w systemie internetowym olimpiady dostępnym pod adresem <https://om.sem.edu.pl> najpóźniej dnia

30 listopada 2023 r.

Rozwiązania przesłane w późniejszym terminie nie będą rozpatrywane. Każde rozwiązanie należy podpisać na pierwszej jego stronie: imieniem, nazwiskiem, adresem poczty elektronicznej oraz numerem zadania.